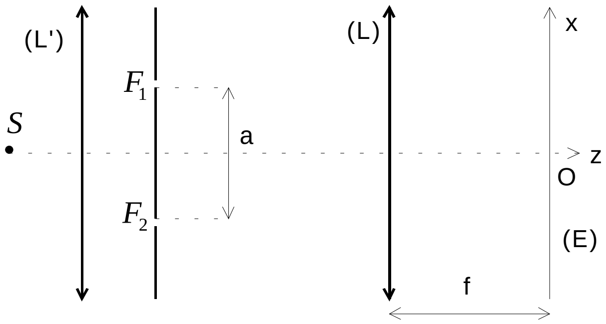
# -EXERCICE 30.8-

## • ENONCE :

« Mesure de la rotation d'une lame de verre »




On considère le dispositif des fentes d'Young avec observation dans le plan focal d'une lentille (L).
Les fentes sont infiniment fines.
La source (S) est monochromatique , de longueur d'onde $\lambda = 0,55\ \mu m$
(S) est placée au foyer de (L').
On donne également:
$a = 1\ mm$ et $f = 1\ m$

1) Décrire la figure observée sur l'écran (E) et donner la valeur de l'interfrange.
2) Sur le trajet du faisceau issu de ($F_1$), on intercale une lame à faces parallèles (épaisseur e, indice n). Les faces de la lame sont perpendiculaires à l'axe Oz.
   Déterminer le nombre $N$ de franges de même nature qui ont défilé devant O.
   Application numérique : $n = 1,5$ ; $e = 0,2\ mm$ .
3) A partir de la position précédente, on tourne la lame d'un angle $\theta$ ; sachant que l'on peut apprécier le déplacement du système d'interférences de 0,1 frange, quel est l'angle de rotation $\theta_{\min}$ que l'on peut mettre en évidence ?

**Rq :** on pourra supposer que, à priori, $\theta_{\min}$ est petit.

## • CORRIGE :

« Mesure de la rotation d'une lame de verre »

1) On observe un système de franges rectilignes (parallèles à Oy).
Le théorème de Malus (cf. exercice 30.5) permet de trouver :

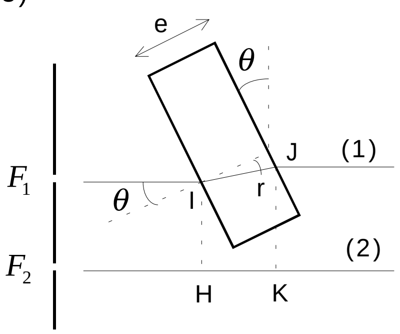
$\delta_{2/1} = \dfrac{ax}{f} \Rightarrow \boxed{i = \dfrac{\lambda f}{a}}$ $(i = \Delta x$ pour $\Delta\delta_{2/1} = \lambda)$ A.N : $\boxed{i = 0,55\ mm}$

2) Déterminons la nouvelle position $x_0$ de la frange d'ordre 0 ; on a maintenant :

$\delta_{2/1}(x = x_0) = 0 = \dfrac{ax_0}{f} + (1-n)e \Rightarrow \boxed{x_0 = \dfrac{(n-1)ef}{a}}$ (on pourra se reporter à l'exercice 30.6)

Des franges vont donc « défiler » devant O et l'on aura : $\boxed{N = E(\dfrac{x_0}{i}) = 181}$

3)




Considérons 2 rayons qui interfèrent en O, donc parallèles à l'axe Oz ; avant la rotation de la lame , on avait:
$\delta_{1/2} = (n-1)e$
Toujours d'après le théorème de Malus , après la rotation la différence de marche vaudra :
$\delta'_{1/2} = nIJ - HK$

Sur la figure, on voit que : $IJ = \dfrac{e}{\cos r}$ et $HK = IJ\cos(\theta - r) = e\dfrac{\cos(\theta - r)}{\cos r}$

**Rq :** à ce stade, on pourrait procéder à un développement limité en $\theta$ et $r$ ; l'expérience montre que les calculs restent longs et qu'il est préférable de simplifier l'expression de $\delta'_{1/2}$.

• D'où : $\delta'_{1/2} = \dfrac{e}{\cos r}[n - \cos(\theta - r)] = \dfrac{e}{\cos r}[n - (\cos\theta\cos r + \sin\theta\sin r)]$ ; or : $\sin\theta = n\sin r \Rightarrow$

$$\delta'_{1/2} = \frac{e}{\cos r}[n - n\sin^2 r - \cos\theta\cos r] = e(n\cos r - \cos\theta)$$

• D.L au second ordre : $\theta \simeq n \times r$ ; $\cos\theta \simeq 1 - \dfrac{\theta^2}{2}$ et $\cos r \simeq 1 - \dfrac{\theta^2}{2n^2} \Rightarrow$

$$\delta'_{1/2} \simeq e(n - n\times\frac{\theta^2}{2n^2} - 1 + \frac{\theta^2}{2}) = e(n-1)(1 + \frac{\theta^2}{2n}) \Rightarrow \boxed{\Delta\delta_{1/2} = \delta'_{1/2} - \delta_{1/2} = e(n-1)\frac{\theta^2}{2n}}$$

• Une translation du système d'interférences de 0,1 frange correspond à une variation de la différence de marche de 0,1 longueur d'onde, d'où :

$$\Delta\delta_{1/2} = 0,1\lambda = e(n-1)\frac{\theta^2}{2n} \Rightarrow \boxed{\theta_{\min} = \sqrt{\frac{2n}{n-1}\times\frac{0,1\lambda}{e}}}$$

A.N : $\boxed{\theta_{\min} = 4,06.10^{-2}\,rad = 2,3°}$